|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Zentralabitur 2024** | **Mathematik** | **Material für Prüflinge** |
| **Prüfungsteil B –  Rechnertyp: CAS** | **Analysis - gA** | **Gymnasium Gesamtschule** |

**Name:** \_%\_

**Klasse:** \_%\_

# Aufgabe 1A (35 BE)

Gegeben ist die in definierte Funktion mit  
.

Abbildung 1 zeigt den Graphen von sowie den Punkt .

#### Abbildung 1

y

x



12

10

8

6

4

2

-2

-4 -2 0 2 4 6 8 10 12 14

**P**

a) Der Graph von besitzt den Tiefpunkt (0|0).  
Zeigen Sie rechnerisch, dass der Graph von keine weiteren Extrempunkte besitzt. **[4 BE]**\_%\_

Die Gerade durch die Punkte und wird mit *t* bezeichnet.

b) Ermitteln Sie eine Gleichung von *t*.  
Weisen Sie rechnerisch nach, dass *t* die Tangente an den Graphen von im Punkt (5│(5)) ist.  
[Zur Kontrolle: Gleichung von *t*: ] **[5 BE]**\_%\_

c) Der Graph von und die Tangente *t* schließen eine Fläche ein, die aus zwei Flächenstücken besteht.  
Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche. **[6 BE]**\_%\_

d) Der Graph der in definierten Funktion *g* kann aus dem Graphen von erzeugt werden. Der Punkt (12|12) des Graphen von *g* wird dabei aus dem Punkt (10|10) des Graphen von erzeugt und für alle gilt  
 mit .  
Geben Sie in diesem Zusammenhang die Bedeutung von und an und berechnen Sie die Werte von und . **[4 BE]**\_%\_

Zwei Radfahrer starten gleichzeitig nebeneinander.  
Die Geschwindigkeit von Radfahrer F wird in den ersten 10 Sekunden (s) nach dem Start durch die Funktion   
mit beschrieben.  
Die Geschwindigkeit von Radfahrer H wird in den ersten 12 Sekunden nach dem Start durch die in definierte Funktion mit  
 beschrieben.  
Dabei ist die seit dem Start vergangene Zeit in Sekunden und bzw. die Geschwindigkeit in Meter pro Sekunde .

**Abbildung 2**

**y**

**x**

**Radfahrer H**

**Radfahrer F**

0 2 4 6 8 10 12

12

10

8

6

4

2

e) Berechnen Sie die Geschwindigkeit von Radfahrer F drei Sekunden nach dem Start sowie den Zeitpunkt, zu dem er eine Geschwindigkeit von 8 erreicht.  
**[4 BE]**\_%\_

f) Nach den ersten 12 Sekunden fährt Radfahrer H mit konstanter Geschwindigkeit.  
Geben Sie diese konstante Geschwindigkeit an. Zeigen Sie durch Rechnung, dass der zum Radfahrer H gehörende Graph in der Abbildung 2 an der Stelle 12 eine waagerechte Tangente aufweist. **[4 BE]**\_%\_

Nach dem Start gibt es genau einen Zeitpunkt, zu dem die Geschwindigkeiten beider Radfahrer gleich groß sind. Im Modell wird dieser Zeitpunkt mit bezeichnet.

g) Berechnen Sie . **[3 BE]**\_%\_

h) Es gibt genau einen Zeitpunkt in den ersten 10 Sekunden nach dem Start, zu dem einer der beiden Radfahrer den anderen überholt.

Berechnen Sie, um wieviel Prozent die Geschwindigkeit des schnelleren Radfahrers die Geschwindigkeit des langsameren Radfahrers zum Zeitpunkt des Überholens übersteigt. **[5 BE]**\_%\_

# Aufgabe 1B (35 BE)

Ein mit Wasser befülltes Glas wird aus einem Kühlschrank genommen. Die anschließende Entwicklung der Wassertemperatur infolge der höheren Raumtemperatur lässt sich mithilfe der in R definierten Funktion mit  
 modellhaft beschreiben.   
Dabei ist *t* die Zeit in Minuten, die seit der Entnahme aus dem Kühlschrank vergangen ist, und (*t*) die Wassertemperatur in °C. Die Raumtemperatur beträgt konstant 25°C.

a) Geben Sie die Wassertemperatur zum Zeitpunkt der Entnahme aus dem Kühlschrank an. Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Wassertemperatur 12°C beträgt. **[3 BE]**\_%\_

b) Berechnen Sie die Werte der folgenden Terme und interpretieren Sie diese im Sachzusammenhang:

(1)

(2)

**[6 BE]**\_%\_

Gegeben ist die in definierte Funktion mit .   
Der Graph von wird mit bezeichnet.

**Abbildung 1**

**y**

**x**

**1**

**-1 0 1**

c) Begründen Sie anhand des Funktionsterms, dass der Funktionswert nur für positiv ist. **[3 BE]**\_%\_

d) Die Gerade ist die Tangente an im Punkt (0|1).   
Es gibt genau eine Tangente an , die zu senkrecht ist.  
Geben Sie die notwendigen Schritte zur Berechnung einer Gleichung von an und erläutern Sie diese. **[6 BE]**\_%\_

e) Berechnen Sie die Wendestellen von *h*. In einem der Wendepunkte von ist die Steigung von maximal.  
Berechnen Sie den Wert der maximalen Steigung. **[5 BE]**\_%\_

f) Für wird das Dreieck mit den Eckpunkten (0|0), (*w*|0) und (*w*|*h*(*w*)) betrachtet. Für einen Wert von *w* ist der Flächeninhalt des Dreiecks maximal.  
Berechnen Sie den maximalen Flächeninhalt. **[5 BE]**\_%\_

g) schließt mit der x-Achse eine Fläche A ein. Es gibt genau einen Punkt P auf mit positiver x-Koordinate, sodass die Gerade durch die Punkte O(0|0) und P die Fläche A in zwei Flächenstücke gleichen Inhalts teilt.  
Geben Sie eine Gleichung an, mit der die x-Koordinate von P bestimmt werden kann.  
Veranschaulichen Sie den Aufbau der Gleichung in Abbildung 2. **[7 BE]**\_%\_

**Abbildung 2**

**y**

**x**

**1**

**-1 0 1**

#### Gesamtergebnis

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Aufgabe** | **Mögliche Punkte** | **Erreichte Punkte** |
| **1A** | **35 BE** |  |
| **a)** | **4 BE** |  |
| **b)** | **5 BE** |  |
| **c)** | **6 BE** |  |
| **d)** | **4 BE** |  |
| **e)** | **4 BE** |  |
| **f)** | **4 BE** |  |
| **g)** | **3 BE** |  |
| **h)** | **5 BE** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Aufgabe** | **Mögliche Punkte** | **Erreichte Punkte** |
| **1B** | **35 BE** |  |
| **a)** | **3 BE** |  |
| **b)** | **6 BE** |  |
| **c)** | **3 BE** |  |
| **d)** | **6 BE** |  |
| **e)** | **5 BE** |  |
| **f)** | **5 BE** |  |
| **g)** | **7 BE** |  |